

计及齿面摩擦的弧齿锥齿轮动态特性

李 飞¹, 袁 茹¹, 朱慧玲¹, 曹培涛¹, 余定君²

(1. 西北工业大学 机电学院, 西安 710072;
2. 中国航空发动机集团有限公司 湖南动力机械研究所, 湖南 株洲 412002)

摘 要: 基于集中参数法建立斜交弧齿锥齿轮 8 自由度动力学模型和动力学方程,综合考虑静态传动误差、齿面摩擦、齿侧间隙等激励,采用变步长 Runge-Kutta 法求解传动系统的动态响应,分析了摩擦因数、重合度对传动系统振动幅值的影响。结果表明:不同工况下的摩擦因数不同,随着润滑油的减少,摩擦因数增大,系统的振动位移和法向啮合力增大;随着接触迹线与根锥之间的夹角增大,重合度减小,振动幅值增大,法向啮合力增大。

关 键 词: 弧齿锥齿轮; 集中参数法; 齿面摩擦; 传动误差; 动态响应

中图分类号: V232.8 **文献标志码:** A

Dynamic characteristics of spiral bevel gear considering tooth surface friction

LI Fei¹, YUAN Ru¹, ZHU Huiling¹, CAO Peitao¹, SHE Dingjun²

(1. School of Mechanical Engineering,
Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;
2. Hunan Aviation Powerplant Research Institute,
Aero Engine Corporation of China, Zhuzhou Hunan 412002, China)

Abstract: Based on the centralized parameter method, an 8 degrees of freedom dynamic model and dynamic equations of spiral beveled bevel gears were established. Considering the static transmission error, tooth surface friction and tooth clearance comprehensively, the dynamic responses of transmission system were solved by Runge-Kutta algorithm with variable step lengths, and the effects of friction coefficient and coincidence degree on the vibration amplitude of the transmission system were studied. The results showed that the friction coefficient was different under different working conditions. With the decrease of lubricating oil, the friction coefficient, the system's vibration displacement and normal meshing force increased; coincidence degree was reduced, but vibration amplitude and normal meshing force increased while the angle between the contact trace and the root cone increased.

Key words: spiral bevel gear; centralized parameter method; tooth surface friction; transmission error; dynamic responses

收稿日期:2019-10-25

作者简介:李飞(1987—),男,博士生,主要从事弧齿锥齿轮动力学研究。

引用格式:李飞,袁茹,朱慧玲,等. 计及齿面摩擦的弧齿锥齿轮动态特性[J]. 航空动力学报,2020,35(8):1687-1694. LI Fei, YUAN Ru, ZHU Huiling, et al. Dynamic characteristics of spiral bevel gear considering tooth surface friction[J]. Journal of Aerospace Power, 2020, 35(8): 1687-1694.

弧齿锥齿轮具有重合度大、承载能力高、运转平稳以及接触区对支承的变动敏感等特点,广泛应用于汽车、直升机等领域。齿侧间隙、摩擦因数等非线性因素与啮合刚度、传动误差等时变因素的强耦合作用,弧齿锥齿轮承载传动过程中会产生振动和噪声,大大影响系统的工作性能。因此,国内外许多学者大量研究了弧齿锥齿轮的非线性动力学并取得了相应的研究成果^[1-3];王三民等^[4-6]基于集中参数法建立正交弧齿锥齿轮 8 自由度动力学模型,采用 A 算符算法计算不同工况下弧齿锥齿轮的非线性特性,进行了倍周期分岔、拟周期分岔和跳跃现象的分析;冯治恒等^[7-8]建立了考虑时变摩擦因数和摩擦力的螺旋锥齿轮 14 自由度动力学模型,研究了混合润滑状态下的时变摩擦因数与常数摩擦因数对动态啮合力的影响;苏进展等^[9]建立了弯扭轴耦合动力学模型,分析了传动误差幅值和重合度对弧齿锥齿轮副振动的影响;Wang 等^[10]研究了准双曲面齿轮的非线性特征,如齿侧间隙、啮合刚度等时变参数的激励作用,采用非线性时变模型进行动力学分析;考虑到传动系统的齿面摩擦随着润滑油油膜厚度的不同而呈现出非线性,Castro、Livtin 等^[11-12]针对全膜润滑、边界润滑和混合润滑这三种润滑状态进行了分析,研究了不同润滑状态下的油膜厚度比和载荷分配系数,提出齿轮传动一般处于混合润滑状态并求出该润滑状态下的摩擦因数。

本文研究对象为某直升机主减速器内斜交弧齿锥齿轮传动系统,基于轮齿接触分析(TCA)和轮齿承载接触分析(LTCA),计算得到传动系统的时变啮合刚度和摩擦因数,采用集中参数法建立弧齿锥齿轮传动系统的弯-扭-轴耦合动力学模型并推导相应的动力学方程,综合考虑静态传动误差、时变啮合刚度、齿面摩擦、齿侧间隙等激励,基于 Runge-Kutta 法进行求解得到传动系统的非线性振动响应,并通过改变接触迹线与根锥的夹角、摩擦因数来研究其对弧齿锥齿轮传动系统动态响应的影响。

1 动力学模型及方程

图 1 为弹性支承下的非正交弧齿锥齿轮传动系统动力学模型,两齿轮的轴交角为 Σ ,以两齿轮的轴线交点为坐标原点,以主动轮的轴线为 X 轴,建立整体坐标系与主动轮的局部坐标系 S_p : $O-X_p Y_p Z_p$ 重合,将 X_p 绕 Y_p 逆时针旋转 Σ 与从动轮轴线重合以建立从动轮局部坐标系 S_g : $O-$

$X_g Y_g Z_g$ 。忽略齿轮的摆振,视两齿轮为刚性锥盘,支撑齿轮的轴和轴承等效作用于齿宽中点,该传动系统共有 8 个自由度,即沿 3 个坐标方向的移动自由度和绕轴方向的转动自由度: $\{X_p, Y_p, Z_p, \theta_p, X_g, Y_g, Z_g, \theta_g\}^T$ 。

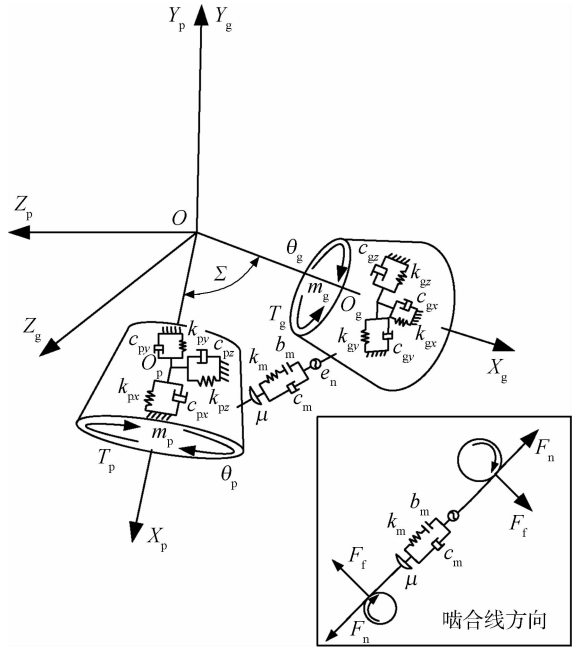


图 1 弧齿锥齿轮传动系统动力学模型

Fig. 1 Dynamic model of spiral bevel gear-transmission system

弧齿锥齿轮在啮合过程中,两轮齿之间的法向啮合力的大小、方向和作用点不断变化,为便于分析,常取齿宽中点 O_p 、 O_g 作为分析点。图中 T_p 、 T_g 为输入力矩和负载力矩; k_{ij} 、 c_{ij} ($i = p, g$; $j = x, y, z$) 为等效支撑刚度和支撑阻尼; k_h 、 c_m 为时变啮合刚度和啮合阻尼; m_p 、 m_g 为主、从动轮的集中质量; e_n 为齿轮副的静态传动误差; b_m 为齿轮副的齿侧间隙; μ 为齿轮副的摩擦因数; θ_p 、 θ_g 为两齿轮的扭转振动位移,规定正方向与齿轮轴转动方向一致。

齿轮副在啮合时的法向啮合力及沿坐标方向的分力为

$$F_n = c_m \dot{\lambda}_n + k_h(t) f(\lambda_n) \quad (1)$$

$$F_{xp} = F_n \sin \alpha_n \sin \delta_1 + F_n \cos \alpha_n \sin \beta_m \cos \delta_1 = F_n a_1$$

$$F_{yp} = F_n \cos \alpha_n \sin \beta_m \sin \delta_1 - F_n \sin \alpha_n \cos \delta_1 = F_n a_2$$

$$F_{zp} = F_n \cos \alpha_n \cos \beta_m = F_n a_3$$

$$F_{xg} = F_n \sin \alpha_n \sin \delta_2 - F_n \cos \alpha_n \sin \beta_m \cos \delta_2 = F_n a_4$$

$$F_{yg} = F_n \sin \alpha_n \cos \delta_2 + F_n \cos \alpha_n \sin \beta_m \sin \delta_2 = F_n a_5$$

$$F_{zg} = -F_n \cos \alpha_n \cos \beta_m = F_n a_6 \quad (2)$$

式中 F_n 为法向啮合力, $k_h(t)$ 为时变啮合刚度, λ_n

为法向相对位移, α_n 为法向压力角, β_m 为中点螺旋角, δ_1, δ_2 为分锥角, $[a_1, a_2, a_3]^T$ 为法向啮合力在主动轮局部坐标系下的方向余弦, $[a_4, a_5, a_6]^T$ 为法向啮合力在从动轮局部坐标系下的方向余弦, $f(\lambda_n)$ 为非线性间隙函数

$$f(\lambda_n) = \begin{cases} \lambda_n - b_n & \lambda_n > b_n \\ 0 & |\lambda_n| \leq b_n \\ \lambda_n + b_n & \lambda_n < -b_n \end{cases}$$

式中 b_n 为法向间隙的一半。

齿轮副啮合传动过程中一般处于混合润滑状态,两啮合齿面间存在齿面摩擦力,摩擦力的方向与大小在一个啮合周期内是时变的,并在啮合节点处发生转变,在啮合过程中形成一种内部激励。则齿宽中点处的摩擦力在主、从动轮局部坐标系下沿各坐标方向的分力及绕坐标轴的摩擦力矩计算如下:

$$F_f = \mu F_n F_{fi}$$

$$\begin{bmatrix} F_{fix} & F_{fiy} & F_{fiz} \end{bmatrix} = n_{fi} F_f = \begin{bmatrix} n_{fix} & n_{fiy} & n_{fiz} \end{bmatrix}^T F_f \\ \begin{bmatrix} M_{fix} & M_{fiy} & M_{fiz} \end{bmatrix} = r_{fi} F_f = \begin{bmatrix} r_{fix} & r_{fiy} & r_{fiz} \end{bmatrix}^T F_f \\ (i = p, g)$$

式中 $n_{fi} = [n_{fix}, n_{fiy}, n_{fiz}]^T$ ($i = p, g$) 为局部坐标系 S_i 下的摩擦力方向余弦, $r_{fi} = [r_{fix}, r_{fiy}, r_{fiz}]^T$ ($i = p, g$) 为局部坐标系 S_i 下的摩擦力旋转半径。由式(3)可知,摩擦力的大小取决于摩擦因数与法向啮合力,主动轮的摩擦力方向与相对速度方向相反,从动轮的摩擦力方向与相对速度方向相同,则可基于弧齿锥齿轮的齿面方程和啮合原理计算求得齿宽中点在啮合坐标系 S_h 下的位矢、法矢和相对滑动速度方向,通过坐标转换即可得到在主、从动轮局部坐标系 S_p, S_g 中的摩擦力方向和摩擦力旋转半径。

考虑到弧齿锥齿轮副的两扭转自由度不相互独立,存在刚体位移,引入啮合点法向相对位移 λ_n 为新的广义坐标以消除刚体位移,定义为两齿轮各坐标方向的位移投影至啮合力方向,规定沿啮合力正方向的投影为正,则两齿轮啮合点间因

$$\begin{aligned} \ddot{x}_p + 2\zeta_{px}\dot{x}_p + \kappa_{px}x_p - 2(a_1 + \mu n_{fpx})\zeta_{pm}\dot{\lambda} - (a_1 + \mu n_{fpx})\kappa_{ph}f(\lambda) &= 0 \\ \ddot{y}_p + 2\zeta_{py}\dot{y}_p + \kappa_{py}y_p - 2(a_2 + \mu n_{fpy})\zeta_{pm}\dot{\lambda} - (a_2 + \mu n_{fpy})\kappa_{ph}f(\lambda) &= 0 \\ \ddot{z}_p + 2\zeta_{pz}\dot{z}_p + \kappa_{pz}z_p - 2(a_3 + \mu n_{fpz})\zeta_{pm}\dot{\lambda} - (a_3 + \mu n_{fpz})\kappa_{ph}f(\lambda) &= 0 \\ \ddot{x}_g + 2\zeta_{gx}\dot{x}_g + \kappa_{gx}x_g - 2(a_4 + \mu n_{fgx})\zeta_{gm}\dot{\lambda} - (a_4 + \mu n_{fgx})\kappa_{gh}f(\lambda) &= 0 \\ \ddot{y}_g + 2\zeta_{gy}\dot{y}_g + \kappa_{gy}y_g - 2(a_5 + \mu n_{fgy})\zeta_{gm}\dot{\lambda} - (a_5 + \mu n_{fgy})\kappa_{gh}f(\lambda) &= 0 \\ \ddot{z}_g + 2\zeta_{gz}\dot{z}_g + \kappa_{gz}z_g - 2(a_6 + \mu n_{fgz})\zeta_{gm}\dot{\lambda} - (a_6 + \mu n_{fgz})\kappa_{gh}f(\lambda) &= 0 \\ \ddot{\lambda} + a_1\ddot{x}_p + a_2\ddot{y}_p + a_3\ddot{z}_p + a_4\ddot{x}_g + a_5\ddot{y}_g + a_6\ddot{z}_g + 2a\zeta_m\dot{\lambda} + a\kappa_h f(\lambda) &= f + f_e + f_v \end{aligned} \quad (8)$$

式中 $X_i = b_n x_i; Y_i = b_n y_i; Z_i = b_n z_i; \lambda_n = b_n \lambda; \tau = \omega_n t; \omega_n = \sqrt{\frac{k_m}{m_e}}; \zeta_{ij} = \frac{c_{ij}}{2m_i \omega_n}; \zeta_{im} = \frac{c_m}{2m_i \omega_n}; \zeta_m =$

振动和误差而产生的法向相对位移为

$$\lambda_n = -a_1 X_p - a_2 Y_p - a_3 Z_p - a_4 X_g - a_5 Y_g - a_6 Z_g + a_3 r_p \theta_p + a_6 r_g \theta_g - e_n(t) \quad (4)$$

式中 r_p, r_g 为两齿轮的啮合点半径, $e_n(t)$ 为齿轮副的静态传递误差,其计算方法为

$$e_n(t) = e_0 + \sum_{i=1}^{\infty} e_i \cos(i\omega_e t + \varphi_i) \quad (5)$$

式中 e_0 为静态传递误差平均值,常取 0; e_i 为齿轮副的第 i 阶误差幅值,常取 1 阶变量; ω_e 为齿轮副的啮合频率: $\omega_e = n_1 \times z_1 / 60$; φ_i 为 i 阶相位角,常取 0° 。

图 1 弧齿锥齿轮传动系统动力学模型相对应的动力学方程为

$$\begin{aligned} m_p \ddot{X}_p + c_{px} \dot{X}_p + k_{px} X_p &= F_{xp} + n_{fpx} F_f \\ m_p \ddot{Y}_p + c_{py} \dot{Y}_p + k_{py} Y_p &= F_{yp} + n_{fpy} F_f \\ m_p \ddot{Z}_p + c_{pz} \dot{Z}_p + k_{pz} Z_p &= F_{zp} + n_{fpz} F_f \\ J_p \ddot{\theta}_p + F_{zp} r_p - F_{fp} r_{fpx} &= T_1 \\ m_g \ddot{X}_g + c_{gx} \dot{X}_g + k_{gx} X_g &= F_{xg} + n_{fgx} F_f \\ m_g \ddot{Y}_g + c_{gy} \dot{Y}_g + k_{gy} Y_g &= F_{yg} + n_{fgy} F_f \\ m_g \ddot{Z}_g + c_{gz} \dot{Z}_g + k_{gz} Z_g &= F_{zg} + n_{fgz} F_f \\ J_g \ddot{\theta}_g + F_{zg} r_g + F_{fg} r_{fgx} &= -T_2 \end{aligned} \quad (6)$$

式中 J_p, J_g 为主、从动轮的集中转动惯量; T_1, T_2 为输入、负载力矩,由均值和波动部分组成,即 $T_1 = T_{1m} + T_{1v}, T_2 = T_{2m} + T_{2v}$; F_{ij} ($i = p, g; j = x, y, z$) 为法向啮合力沿坐标轴方向的分力。

结合式(4)和式(6),进行消除刚体位移处理,可得

$$\begin{aligned} \ddot{\lambda}_n + a_1 \ddot{X}_p + a_2 \ddot{Y}_p + a_3 \ddot{Z}_p + a_4 \ddot{X}_g + a_5 \ddot{Y}_g + a_6 \ddot{Z}_g + \left[\frac{a_3^2}{m_e} - \frac{a_3 \mu (r_{fpx} r_p J_g + r_{fgx} r_g J_p)}{J_p J_g} \right] \\ [c_m \dot{\lambda}_n + k_h(t) f(\lambda_n)] = a_3 \left(\frac{T_1 r_p}{J_p} + \frac{T_2 r_g}{J_g} \right) - \ddot{e}_n(t) \end{aligned} \quad (7)$$

式中 $m_e = J_p J_g / (J_p r_g^2 + J_g r_p^2)$ 为齿轮副的集中质量, μ_m 为混合润滑状态下的摩擦因数。

对动力学方程进行量纲一化处理为

$$\frac{c_m}{2m_e\omega_n};\kappa_{ij}=\frac{k_{ij}}{m_i\omega_n^2};\kappa_{ih}=\frac{k_h(t)}{m_i\omega_n^2};\omega=\frac{\omega_e}{\omega_n};\omega_f=\frac{\Omega_f}{\omega_n};a=\frac{a_3r_pm_e(a_3r_p-\mu r_{fgx})}{J_g}+\frac{a_6r_gm_e(a_6r_g+\mu r_{fgx})}{J_g};f=\frac{a_3T_{1m}}{r_pm_eb_n\omega_n^2};f_e=\frac{e_1}{b_n}\omega^2\cos(\omega\tau);\kappa_h=1+\sum_{i=1}^N\left[\frac{k_{ai}}{k_m}\cos(i\omega\tau+\varphi_{ki})+\frac{k_{bi}}{k_m}\sin(i\omega\tau+\varphi_{ki})\right];f_v=\frac{a_3}{b_n\omega_n^2}\left(\frac{r_pT_{1v}}{J_p}+\frac{r_gT_{2v}}{J_g}\right)=a_3\left[\frac{A_{f1}}{m_eb_n\omega_n^2}\sin(\omega_f\tau)+\frac{A_{f2}}{m_eb_n\omega_n^2}\sin(\omega_f\tau)\right]f(\lambda)=\frac{f(\lambda_n)}{b_m}=\begin{cases}\lambda-1 & (\lambda>1) \\ 0 & (-1\leq\lambda\leq1) \\ \lambda+1 & (\lambda<-1)\end{cases}$$

2 参数计算

2.1 时变啮合刚度

齿轮副的重合度一般不为整数,啮合过程中同时参与啮合的齿对数随时间呈周期性变化,故齿轮副的综合啮合刚度是个周期函数,本节基于弧齿锥齿轮三齿模型进行轮齿承载接触分析求得一个啮合周期内的扭转刚度离散值和啮合点半径,进而计算得到啮合刚度离散值,采用傅里叶级数进行拟合得到时变啮合刚度为

$$k_h(t)=k_m+\sum_{i=1}^N[k_{ai}\cos(i\omega_e t+\varphi_{ki})+k_{bi}\sin(i\omega_e t+\varphi_{ki})]\tag{9}$$

式中 k_m 为平均啮合刚度, k_{ai} 、 k_{bi} 为啮合刚度波动值, ω_e 为啮合频率。考虑次谐和超谐响应的影响,取 3 阶变量。

2.2 摩擦因数

齿轮副的混合润滑由全膜润滑和边界润滑构成,该状态下的滑动摩擦因数^[13]为

$$\mu_{mb}=f_{\partial}^{1.2}\mu_{ml}+(1-f_{\partial})\mu_{bl}\tag{10}$$

式中 μ_{bl} 为边界润滑状态下的滑动摩擦因数,常取为常数 0.1~0.2, μ_{ml} 为全膜润滑状态下的滑动摩擦因数^[14]

$$\mu_{ml}=0.0607\left(\frac{q_0}{v_sR}\right)^{0.2}\eta^{-0.05}\left(\frac{\sigma}{d_1}\right)^{0.25}\tag{11}$$

式中 q_0 为单位齿宽上的法向载荷; v_s 为啮合点的相对滑动速度; η 为润滑油动力黏度; σ 为平均齿面表面粗糙度, $\sigma=\sqrt{\sigma_1^2+\sigma_2^2}$; d_1 为主动轮分度圆半径; R 为综合曲率半径, $R=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$; f_{∂} 为混合润滑下点接触载荷分布百分比系数^[15]

$$f_{\partial}=\frac{1.21\partial^{0.64}}{1+0.37\partial^{1.26}}\tag{12}$$

式中 $\partial=\frac{h_{\min}}{\sigma}$, $h_{\min}$ 为最小油膜厚度^[16], 计算如下:

$$h_{\min}=3.63(\eta u_s)^{0.68}\mu^{0.49}R^{0.493}\cdot E^{-0.117}\omega^{-0.073}(1-e^{-0.68k})\tag{13}$$

式中 u_s 为卷吸速度; μ_p 为润滑油黏压系数; k 为椭圆接触率; E 为综合弹性模量, $E=\frac{2}{\left(\frac{1-v_1^2}{E_1}\right)+\left(\frac{1-v_2^2}{E_2}\right)}^\circ$

乏油润滑下的摩擦因数 μ_f 由边界润滑摩擦因数 μ_{bl} 和弹流润滑摩擦因数 μ_{ml} 共同决定,计算公式为^[17]

$$\mu_f=\frac{F}{W}=\frac{\mu_{ml}W_c+\mu_{bl}W_b}{W}=\mu_{ml}k_c+\mu_{bl}k_b\tag{14}$$

式中 k_c 为弹流油膜的承载系数, k_b 为峰点接触的承载系数,且 $k_c+k_b=1$ 。

3 计算实例

表 1 为某直升机主减速器弧齿锥齿轮的基本参数,该弧齿锥齿轮传动系统输入功率为 1 200 kW,输入转速为 20 000 r/min。

表 1 系统基本参数
Table 1 System basic parameters

参数	主动轮	从动轮
齿数	29	76
模数/mm	3.75	3.75
压力角/(°)	20	20
螺旋角/(°)	30	30
齿宽/mm	40	40
轴交角	75	75
旋向	左旋	右旋

基于弧齿锥齿轮基本参数,采用变步长 Runge-Kutta 法求解动力学方程,考虑到啮合初期的瞬态响应,将开始的数百个啮合周期剔除,以得到系统在稳态下的动力学响应曲线。图 2 为混合润滑状态下的弧齿锥齿轮传动系统沿啮合线方向的时间历程图、动态啮合力图、相图和傅里叶变

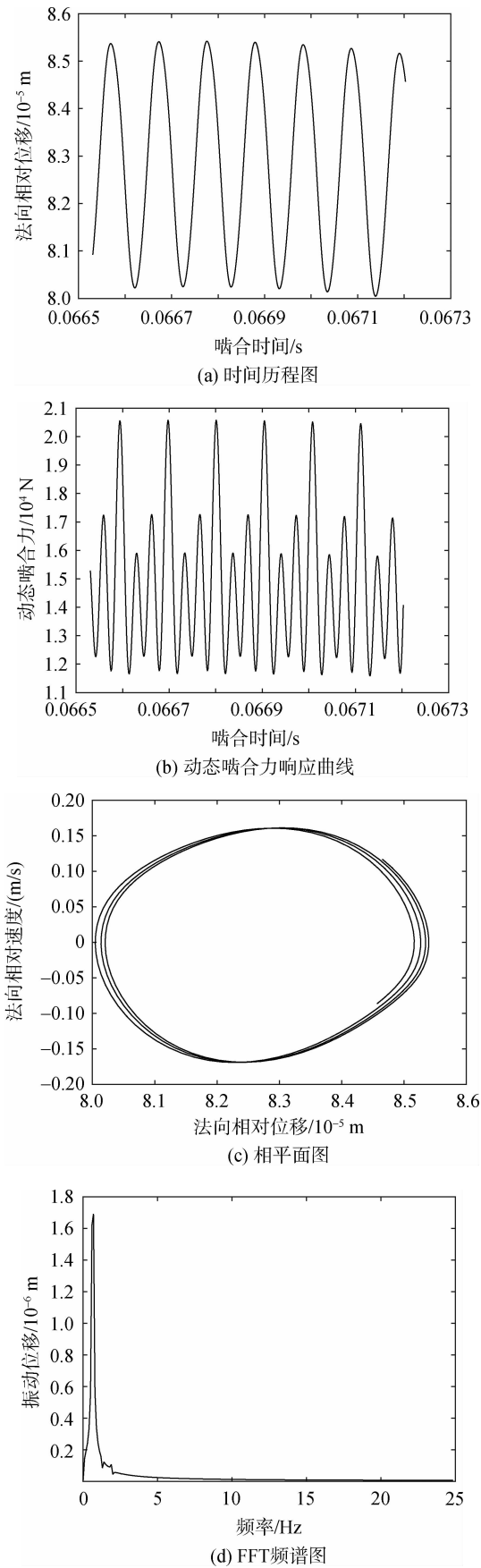


图 2 正常工况下非线性振动特性图

换(FFT)频谱图。由时间历程图可知,齿轮副的法向相对位移在 $[80.0458,85.4185]\mu\text{m}$ 间波动;由动态啮合力图可知,两啮合齿轮间为单边冲击;由相图可知,弧齿锥齿轮传动系统为周期振动,从FFT频谱图可知,响应频率成分较单一。

3.1 不同工况下动态响应特性

齿轮啮合过程中,齿轮润滑状态可根据油膜厚度比进行分类^[18]: $\partial>2$ 为全膜润滑, $\partial<0.2$ 为边界润滑, $0.2<\partial<2$ 为混合润滑。润滑油的油膜厚度、齿面的表面粗糙度都会对摩擦因数产生影响,本节分析三种不同工况下的摩擦因数对动态响应的影响,即正常工况下 μ_1 、乏油状态下 μ_2 和干运转下 μ_3 。

由图 2~图 4 可知,混合润滑下法向相对位移在 $[80.0458,85.4185]\mu\text{m}$ 间波动,贫油润滑下法向相对位移在 $[80.0461,85.4210]\mu\text{m}$ 间波动,干运转下法向相对位移在 $[80.0457,85.4722]\mu\text{m}$ 间波动。引入方均根值来评判摩擦因数对系统动态响应的影响,由表 2 可知,传动系统的振动位移和法向啮合力随摩擦因数的增大而增大,增长幅

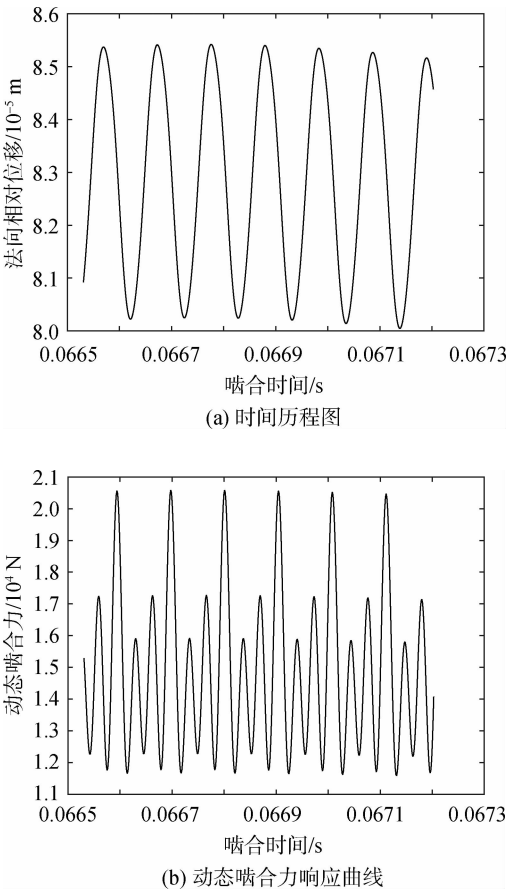


图 3 乏油状态下动态响应

Fig. 3 Dynamic response of the oil-less lubrication

Fig. 2 Nonlinear vibration characteristic diagram under normal working conditions

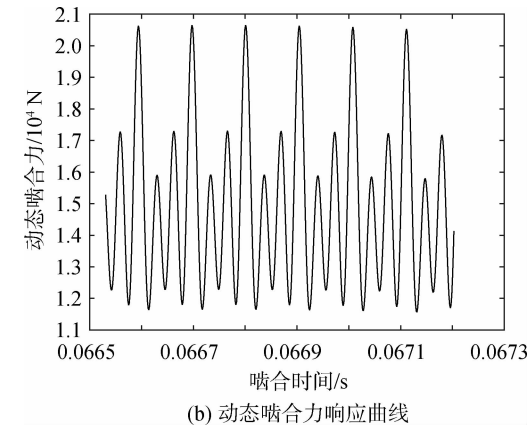
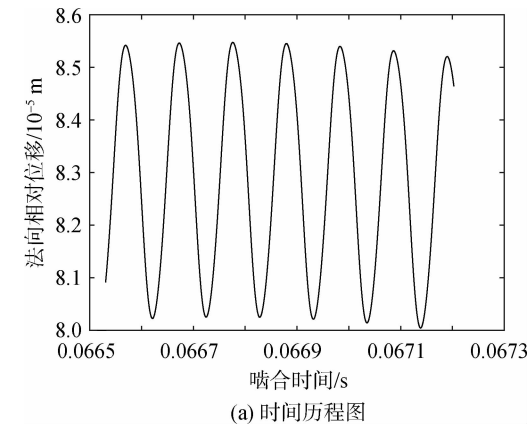


图 4 干运转下动态响应

Fig. 4 Dynamic response of the dry operation

表 2 相关方均根值

Table 2 Corresponding root mean square value

摩擦因数	振动位移/ μm	法向啮合力/N
0.024 4	82.937	15 070
0.05	82.939	15 071
0.52	82.977	15 092

度较小。

3.2 重合度对振动幅值的影响

齿轮副的综合啮合刚度主要和单齿啮合刚度、单齿对综合啮合刚度以及齿轮副的重合度等参数有关,故重合度会直接影响啮合刚度。本节基于齿轮宏观参数不变,采用齿面主动设计的方法,调整大轮齿面接触迹线与根锥的夹角以得到不同重合度,由于大轮齿面接触迹线的切线方向与根锥的夹角为 $[0^{\circ}, 90^{\circ}]$,故取大轮齿面接触迹线与根锥的夹角为:15°、45°、75°,该三种夹角所对应的设计重合度为:2.125、1.417、1.25,基于轮齿加载接触分析(LTCA)得到这三种重合度下的时变啮合刚度如图 5 所示,不同重合度下的齿轮副

动态响应如图 6 所示。

从图 5 中可以看,随着接触迹线与大轮根锥的夹角增大,重合度减小,啮合刚度也相应减小;由图 6 可知,夹角为 15°时的振动幅值在 $[80.0112, 87.2067] \mu\text{m}$ 间波动,夹角为 45°时的振动幅值在 $[86.5481, 91.8493] \mu\text{m}$ 间波动,夹角为 75°时的振动幅值在 $[88.74686, 95.3988] \mu\text{m}$ 间波动。引入方均根值来评判接触迹线与根锥夹角对系统动态响应的影响,由表 3 可知,随着接触迹线与根锥夹角的增大,重合度减小,传动系统振

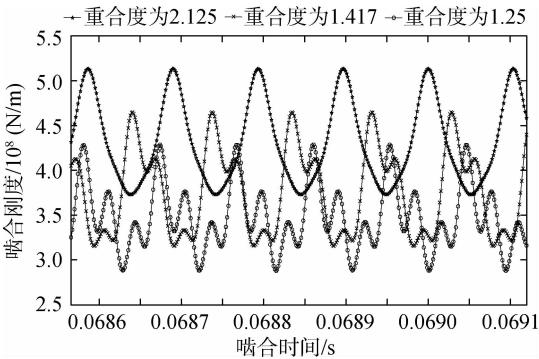
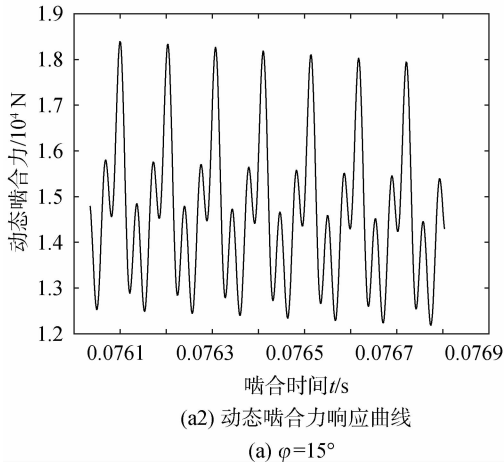
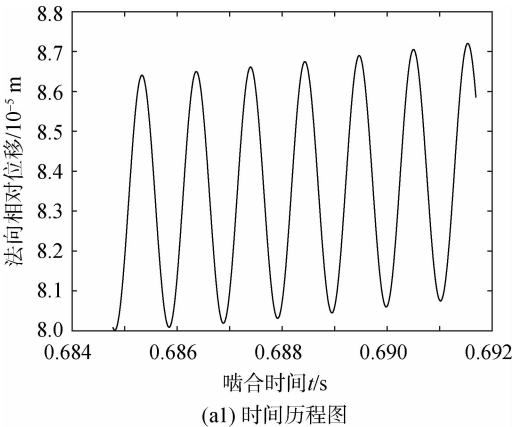


图 5 三种重合度下的啮合刚度

Fig. 5 Meshing stiffness at three coincidence degrees



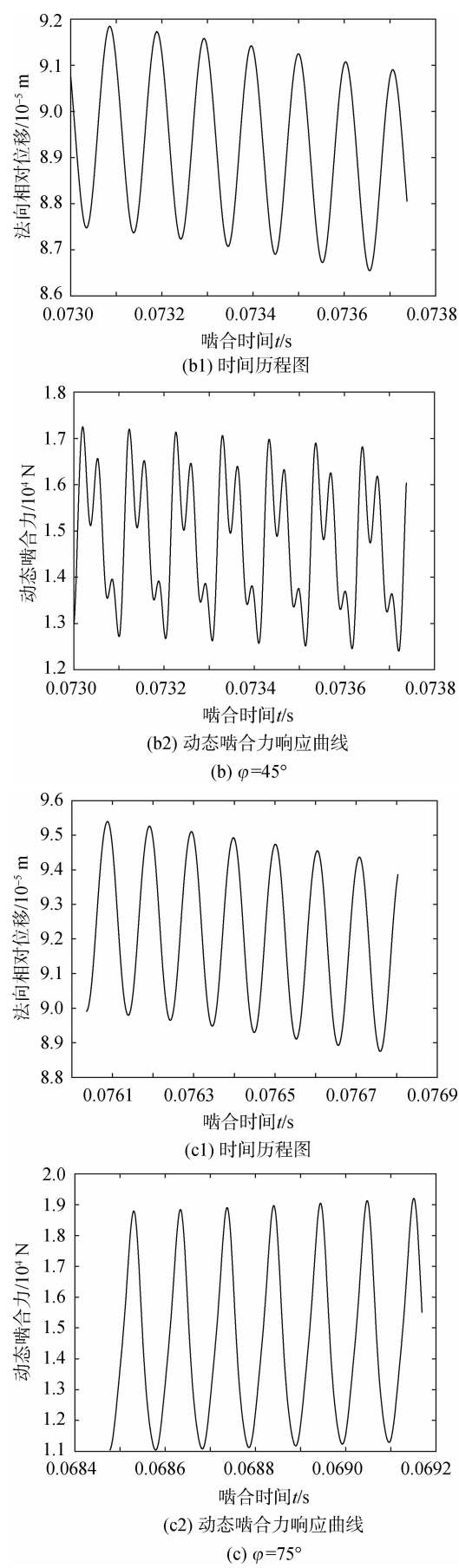


图 6 三种重合度下的动态响应

Fig. 6 Dynamic response at three coincidence degrees

表 3 方均根值

Table 3 Root mean square value

接触迹线与根锥夹角/ $^\circ$	重合度	振动位移/ μm	法向啮合力/N
15	2.125	83.612	14 735
45	1.417	89.263	14 829
75	1.250	92.085	14 865

动位移增大,法向啮合力减小。

4 结 论

- 1) 齿轮副处于不同工况下的摩擦因数不同,随着摩擦因数的增大,传动系统振动位移和法向啮合力随摩擦因数的增大而增大,增长幅度较小。
- 2) 基于弧齿锥齿轮的宏观参数不变的基础上,随着大轮齿面接触迹线与根锥的夹角增大,齿轮副的重合度减小,啮合刚度也相应的减小。
- 3) 重合度对传动系统的振动特性影响较大,随着重合度的增大,传动系统振动位移减小,法向啮合力减小。

参考文献:

[1] 赵宁,康士朋,郭辉,等. 基于遗传算法的弧齿锥齿轮动态特性优化设计[J]. 航空动力学报, 2010, 25(10): 2396-2402.

ZHAO Ning, KANG Shipeng, GUO Hui, et al. Optimization design of spiral bevel gear's dynamic characteristics based on genetic algorithm[J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(10): 2396-2402. (in Chinese)

[2] 杨宏斌,高建平,邓效忠,等. 弧齿锥齿轮和准双曲面齿轮非线性动力学研究[J]. 航空动力学报, 2004, 19(1): 54-57.

YANG Hongbin, GAO Jianping, DENG Xiaozhong, et al. Research on nonlinear dynamics of spiral bevel gear and hypoid gear[J]. Journal of Aerospace Power, 2004, 19(1): 54-57. (in Chinese)

[3] 林何,王三民,董金城. 多激励下某直升机传动系统动态特性[J]. 航空动力学报, 2015, 30(1): 219-227.

LIN He, WANG Sanmin, DONG Jincheng. Dynamic load characteristics of a helicopter transmission system under multiple excitations [J]. Journal of Aerospace Power, 2015, 30(1): 219-227. (in Chinese)

[4] 王三民,沈允文,董海军. 含间隙和时变啮合刚度的弧齿锥齿轮传动系统非线性振动特性研究[J]. 机械工程学报, 2003, 39(2): 28-32.

WANG Sanmin, SHEN Yunwen, DONG Haijun. Research on nonlinear vibration characteristics of spiral bevel gear transmission system with clearance and time-varying meshing stiffness [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2003, 39(2): 28-32. (in Chinese)

[5] 王三民,沈允文,董海军. 含摩擦和间隙直齿轮副的混沌与分叉研究[J]. 机械工程学报, 2002, 38(9): 8-11.
WANG Sanmin, SHEN Yunwen, DONG Haijun. Research on chaos and bifurcation of spur gear pairs with friction and clearance [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2002, 38(9): 8-11. (in Chinese)

[6] 王三民,李继庆,陈作模. 弹性支承条件下中央弧齿锥齿轮传动的接触稳定性研究[J]. 机械科学与技术, 1996, 15(1): 1-5, 36.
WANG Sanmin, LI Jiqing, CHEN Zuomo. Research on contact stability of central spiral bevel gear transmission under elastic support[J]. Mechanical Science and Technology, 1996, 15(1): 1-5, 36. (in Chinese)

[7] 冯治恒. 螺旋锥齿轮多体多自由度非线性动力学研究[D]. 重庆:重庆大学, 2011.
FENG Zhiheng. Research on multi-DOF nonlinear dynamic of helical bevel gear[D]. Chongqing: Chongqing University, 2011. (in Chinese)

[8] 冯治恒,王时龙,雷松,等. 时变摩擦系数对准双曲面齿轮动力学行为的影响[J]. 重庆大学学报(自然科学版), 2011, 34(12): 9-15.
FENG Zhiheng, WANG Shilong, LEI Song, et al. Influence of time-varying friction coefficient on the hyperbolic gear dynamic behavior [J]. Journal of Chongqing University (Natural Science Edition), 2011, 34(12): 9-15. (in Chinese)

[9] 苏进展,方宗德,贺朝霞. 基于啮合特性的弧齿锥齿轮动力学研究[J]. 机械科学与技术, 2016, 35(1): 50-55.
SU Jinzhan, FANG Zongde, HE Zhaoxia. Study on dynamic of spiral bevel gears on meshing characteristics[J]. Mechanical Science and Technology, 2016, 35(1): 50-55. (in Chinese)

[10] WANG J, LIM T C, LI M. Dynamics of a hypoid gear pair considering the effects of time-varying mesh parameters and backlash nonlinearity[J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 308(1/2): 302-329.

[11] CASTRO J, SEABRA J. Coefficient of friction in mixed film lubrication: Gears versus twin-discs[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Part J Journal of Engineering Tribology, 2007, 221(3): 399-411.

[12] LITVIN F L, ZHANG Y, HANDSCHUH R F. Local synthesis and tooth contact analysis of face-milled spiral bevel gears[R]. NASA-CR-4342, 1991.

[13] CASTRO J, SEABRA J. Global and local analysis of gear scuffing tests using a mixed film lubrication model[J]. Tribology International, 2008, 41(3): 244-255.

[14] 袁杰红,林泽锦. 弧齿锥齿轮摩擦功率损失计算[J]. 国防科技大学学报, 2012, 34(5): 115-120.
YUAN Jiehong, LIN Zejin. Calculation of friction power loss of spiral bevel gear[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2012, 34(5): 115-120. (in Chinese)

[15] ZHU Dong, HU Yuanzhong. A computer program package for the prediction of EHL and mixed lubrication characteristics, friction, subsurface stresses and flash temperatures based on measured 3-D surface roughness[J]. Tribology Transactions, 2001, 44(3): 383-309.

[16] HAMROCK B J, DOWSON D. Isothermal elasto hydrodynamic lubrication of point contacts: Part III fully flooded results[J]. Journal of Lubrication Technology, 1977, 99(2): 264-275.

[17] 温诗铸. 摩擦学原理[M]. 北京:清华大学出版社, 1990.

[18] MARTIN F K. A review of friction predictions in gear teeth[J]. Wear, 1978, 49(2): 201-238.

(编辑:张 雪)